Автономная некоммерческая организация высшего образования
«ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ»
(АНО ВО «ИЭУ»)

Кафедра «Экономика»

Фонд оценочных средств по дисциплине

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки - 38.03.01 Экономика

Направленность (профиль) –Экономика предприятий и организаций

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Фонд оценочных средств рассмотрен на заседании кафедры
«Экономика»
«17» января 2025 г., протокол № 17/01

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

В соответствии с требованиями основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавра в результате изучения дисциплины «Методы оптимальных решений» у студентов должны сформироваться следующие **универсальные компетенции (УК)**:

Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1)

общепрофессиональные компетенции (ОПК):

Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач (ОПК-2)

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Видами учебной деятельности, в рамках которых приобретаются знания, умения, навыки, являются лекции, практические занятия, самостоятельная работа обучающихся.

Соотнесение планируемых результатов обучения с видами учебной деятельности и оценочными средствами при формировании компетенции

Критерии сформированности компетенции	Описание	Формы, методы, технологии
Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1)		
знание	основных категорий и инструментов математического анализа, используемых при расчете экономических и социально-экономических показателей	тестирование; выполнение контрольной работы; ответ на зачете
умение	производить первичную обработку экономической информации и представлять результаты в табличном и графическом виде; использовать комплексный подход в рамках разработки рекомендаций для принятия управленческих решений	тестирование; выполнение контрольной работы
владение навыками	применения современного математического инструментария для решения экономических задач	выполнение контрольной работы; ответ на зачете
Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач (ОПК-2)		
знание	основных категорий и инструментов математического анализа, используемых при	тестирование; выполнение контрольной работы; ответ на зачете

	расчете экономических и социально-экономических показателей	
умение	осуществлять сбор и систематизацию информации;	тестирование; выполнение контрольной работы
владение навыками	применения современного математического инструментария для решения экономических задач	выполнение контрольной работы; ответ на зачете

Критерии и показатели оценивания тестовых заданий:

Вид тестового задания	Критерий	Показатель
тестовые задания с выбором одного (нескольких) ответа (-ов) в закрытой форме	выбор одного (нескольких) правильного (-ых) ответа (-ов) из предложенных вариантов	количество правильных выборов
тестовые задания на установление соответствия в закрытой форме	установление соответствия для всех предложенных признаков	количество правильно установленных соответствий
тестовые задания на установление правильной последовательности в закрытой форме	установление правильной последовательности в полном объеме предложенных вариантов	количество правильно установленных последовательностей

Критерии и показатели оценивания контрольной работы:

- объем выполненных заданий контрольной работы;
- глубина (соответствие изученным теоретическим обобщениям);
- осознанность (соответствие требуемым в программе умениям применять полученную информацию).

Критерии и показатели оценивания доклада с презентацией:

1. Новизна текста: а) актуальность темы исследования; б) новизна и самостоятельность в постановке проблемы, формулирование нового аспекта известной проблемы в установлении новых связей (межпредметных, внутрипредметных, интеграционных); в) умение работать с исследованиями, критической литературой, систематизировать и структурировать материал; г) явленность авторской позиции, самостоятельность оценок и суждений; д) стилевое единство текста, единство жанровых черт.
2. Степень раскрытия сущности вопроса: а) соответствие плана теме доклада; б) соответствие содержания теме и плану; в) полнота и глубина знаний по теме; г) обоснованность способов и методов работы с материалом; е) умение обобщать, делать выводы, сопоставлять различные точки зрения по одному вопросу (проблеме).
3. Обоснованность выбора источников: а) оценка использованной литературы: привлечены ли наиболее известные работы по теме исследования (в т.ч. журнальные публикации последних лет, последние статистические данные, сводки, справки и т.д.).
4. Умение выступать перед аудиторией: а) структура доклада, последовательность и логика изложения; б) скорость, громкость и четкость речи; в) использование невербальных средств концентрации внимания аудитории.
5. Соблюдение требований к оформлению презентации в Power Point: а) шрифт; б) цветовое оформление; в) содержание и оформление табличного и графического

материала.

Критерии и показатели оценивания работы на практическом занятии:

- наличие полного и развернутого ответа на вопрос темы;
- демонстрация знаний ключевых понятий рассматриваемой проблемы;
- применение научной терминологии;
- грамотное оперирование полученными знаниями и навыками.

Критерии и показатели оценивания на зачете

- содержательность и четкость ответа;
- владение материалом различной степени сложности;
- ориентирование в основных закономерностях функционирования объектов профессиональной деятельности.

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Задания для практических занятий

ПЗ 1

<u>Задача 1</u>

Решить задачу линейного программирования симплексным методом.

Найти наибольшее значение функции f(x) = $3x_1 + 2x_2$ при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 11 \\ 2x_1 - x_2 \ge 5 \\ x_1 + 3x_2 \ge 14 \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, x_2 \ge 0$$

<u>Решение</u>

Приведём эту задачу к каноническому виду, введя дополнительные переменные x_3, x_4 и x_5 со знаком „+ ” для ограничения „≤” и со знаком „-” для ограничения „≥”.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 11 \\ 2x_1 - x_2 - x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_2 - x_5 = 14 \end{cases}$$

Предварительный анализ показал, что в базис выводится только x_3, а при выводе других переменных значения свободных членов становятся отрицательными, что не допускается. Тогда для 2-го и 3-го уравнений введём искусственные переменные y_1 и y_2, которые в дальнейшем будем использовать как базисные переменные. С этой целью введём эти переменные и в целевую функцию:

max f($\overline{X}$) = $3x_1 + 2x_2 + 0x_3$ - M($y_1 + y_2$),

где M – достаточно большое положительное число

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 11 \\ 2x_1 - x_2 - x_4 + y_1 = 5 \\ x_1 + 3x_2 - x_5 + y_2 = 14 \end{cases}$$

Дальнейшее решение проводим в симплекс-таблицах (табл. 1).

Таблица 1.

№ симпл. табл.	Базис	Cj	План B	3	2	0	0	0	-M	-M	Q
		Ci		A1	A2	A3	A4	A5	P1	P2	
0	A3	0	11	1	2	1	0	0	0	0	11
	←P1	-M	5	2	-1	0	-1	0	1	0	5/2
	P2	-M	14	1	3	0	0	-1	0	1	14
	Δj = zj - cj		Fo=-19M	-3M-3	-2M-2	0	M	M	0	0	
I	A3	0	17/2	0	5/2	1	1/2	0		0	17/5
	→A1	3	5/2	1	-1/2	0	-1/2	0		0	
	←P2	-M	23/2	0	7/2	0	1/2	-1		1	23/7
	Δj = zj - cj		Fo=7,5-11,5M	0	-3,5-3,5M	0	-3/2-1/2M	M		0	
II	←A3	0	2/7	0	0	1	1/7	5/7			2
	A1	3	29/7	1	0	0	-3/7	-1/7			
	→A2	2	23/7	0	1	0	1/7	-2/7			23
	Δj = zj - cj		Fo=19	0	0	0	-1	-1			
III	→A4	0	2	0	0	7	1	5			
	A1	3	5	1	0	3	0	2			
	A2	2	3	0	1	-1	0	-1			
	Δj = zj - cj		Fo=21	0	0	7	0	4			

$$\begin{cases} x_3 = 11 - x_1 - 2x_2 \\ y_1 = 5 - 2x_1 + x_2 + x_4 \\ y_2 = 14 - x_1 - 3x_2 + x_5 \end{cases} \qquad x_1, x_2, x_4, x_5 = 0$$

Задача обладает исходным опорным планом: (0; 0; 11; 0; 0; 5; 14)

$f(\overline{X}) = 0 \cdot 11 + (-M) \cdot 5 + (-M) \cdot 14 = -19M$

$\Delta_1 = 0 \cdot 1 + (-M) \cdot 2 + (-M) \cdot 1 - 3 = -3M - 3$

$\Delta_2 = 0 \cdot 2 + (-M) \cdot (-1) + (-M) \cdot 3 - 2 = -2M - 2$

$\Delta_3 = 0 \cdot 1 + (-M) \cdot 0 + (-M) \cdot 0 - 0 = 0$

$\Delta_4 = 0 \cdot 0 + (-M) \cdot (-1) + (-M) \cdot 0 - 0 = M$

$\Delta_5 = 0 \cdot 0 + (-M) \cdot 0 + (-M) \cdot (-1) - 0 = M$

$\Delta_{p1} = 0 \cdot 0 + (-M) \cdot 1 + (-M) \cdot 0 - (-M) = 0$

$\Delta_{p2} = 0 \cdot 0 + (-M) \cdot 0 + (-M) \cdot 1 - (-M) = 0$

$Q = \min(\frac{11}{1}; \frac{5}{2}; \frac{14}{1}) = 5/2$

Исходный опорный план не является оптимальным планом, так как среди оценок Δ_j имеются отрицательные оценки. В начальной таблице наименьшее Δ_j соответствует вектору A_1 - он вводится в базис, а искусственный вектор P_1 из базиса выводится, так как ему отвечает наименьшее Q = 5/2. Столбец, соответствующий P_1, из дальнейших симплексных таблиц вычёркивается.

$$\begin{cases} x_3 = 11 - x_1 - 2x_2 \\ x_1 = 5/2 + 1/2x_2 + 1/2x_4 \\ y_2 = 14 - x_1 - 3x_2 + x_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 17/2 - 5/2x_2 - 1/2x_4 \\ x_1 = 5/2 + 1/2x_2 + 1/2x_4 \\ y_2 = 23/2 - 7/2x_2 - 1/2x_4 + x_5 \end{cases}$$

$x_{2,4,5} = 0$

Строка I табл. 1:

опорный план: (5/2; 0; 17/2; 0; 0;23/3)

$f(\overline{X}) = 0\cdot17/2 + 3\cdot5/2 + (-M)\cdot23/2 = 7{,}5 - 11{,}5M$

$\Delta_1 = 0\cdot0+3\cdot1 + (-M)\cdot0 - 3 = 0$

$\Delta_2 = 0\cdot5/2+3\cdot(-1/2) + (-M)\cdot7/2 - 2 = 3{,}5 - 3{,}5M$

$\Delta_3 = 0\cdot1+3\cdot0 + (-M)\cdot0 - 0 = 0$

$\Delta_4 = 0\cdot1/2+3\cdot(-1/2) + (-M)\cdot1/2 - 0 = - 3/2 - 1/2M$

$\Delta_5 = 0\cdot0+3\cdot0 + (-M)\cdot(-1) - 0 = M$

$\Delta_{p2} = 0\cdot0+3\cdot0 + (-M)\cdot1 - (-M) = 0$

$Q = \min(\frac{17/2}{5/2}; \frac{23/2}{7/2}) = 23/7$

Опорный план строки II табл. 1 не является оптимальным, так как среди оценок Δ_j имеются отрицательные оценки. В строке I наименьшее Δ_j соответствует вектору A_2 - он вводится в базис, а искусственный вектор P_2 из базиса выводится, так как ему отвечает наименьшее Q = 23/7. Столбец, соответствующий P_2, из дальнейших симплексных таблиц вычёркивается.

$$\begin{cases} x_3 = 17/2 - 5/2x_2 - 1/2x_4 \\ x_1 = 5/2 + 1/2x_2 + 1/2x_4 \\ x_2 = 23/2 - 1/7x_4 + 2/7x_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 2/7 - 1/7x_4 - 5/7x_5 \\ x_1 = 29/7 + 3/7x_4 + 1/7x_5 \\ x_2 = 23/2 - 1/7x_4 + 2/7x_5 \end{cases}$$

$x_{4,5} = 0$

Строка II табл. 1:

опорный план: (29/7; 23/2; 2/7; 0; 0)

$f(\overline{X}) = 0\cdot2/7 + 3\cdot29/7 + 2\cdot23/7 = 133/7 = 19$

$\Delta_1 = 0\cdot0+3\cdot1 + 2\cdot0 - 3 = 0$

$\Delta_2 = 0\cdot0+3\cdot0 + 2\cdot1 - 2 = 0$

$\Delta_3 = 0\cdot1+3\cdot0 + 2\cdot0 - 0 = 0$

$\Delta_4 = 0\cdot1/7+3\cdot(-3/7) + 2\cdot1/7 - 0 = - 1$

$\Delta_5 = 0\cdot5/7+3\cdot(-1/7) + 2\cdot(-2/7) - 0 = -1$

$Q = \min(\frac{2/7}{1/7}; \frac{23/7}{1/7}) = 2$

Опорный план строки II табл. 1 не является оптимальным, наименьшее Δ_j соответствует вектору A_4 и A_5. Сначала выбираем вектор A_4 - он вводится в базис, а вектор A_3 из базиса выводится, так как ему отвечает наименьшее Q=2.

$$\begin{cases} x_4 = 2 - 5x_5 - 7x_3 \\ x_1 = 29/7 + 3/7x_4 + 1/7x_5 \\ x_2 = 23/7 - 1/7x_4 + 2/7x_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_4 = 2 - 5x_5 - 7x_3 \\ x_1 = 5 - 2x_5 - 3x_3 \\ x_2 = 3 + x_5 + x_3 \end{cases}$$

$x_{3,5} = 0$

Строка III:

опорный план: (5; 3; 0; 2; 0)

$f(\overline{X}) = 0\cdot2 + 3\cdot5 + 2\cdot3 = 21$

$\Delta_1 = 0\cdot0+3\cdot1 + 2\cdot0 - 3 = 0$

$\Delta_2 = 0\cdot0+3\cdot0 + 2\cdot1 - 2 = 0$

$\Delta_3 = 0\cdot7+3\cdot3 + 2\cdot(-1) - 0 = 7$

$\Delta_4 = 0\cdot1+3\cdot0 + 2\cdot0 - 0 = 0$

$\Delta_5 = 0\cdot5+3\cdot2 + 2\cdot(-1) - 0 = 4$

Опорный план строки III является оптимальным для исходной задачи. Для него все $\Delta_j \geq 0$, поэтому он является оптимальным. Таким образом получен оптимальный план исходной задачи (5; 3), и максимальное значение целевой функции $f(\overline{X}) = 21$.

<u>ПЗ 2</u>

<u>Задача 2</u>

Имеется 150 л жидкости А и 150 л жидкости Б. Для получения одной бутыли смеси 1 нужно взять 2 л жидкости А и 1 л жидкости Б, а для получения одной бутыли смеси 2 нужно взять соответственно 1 л жидкости А и 4 – жидкости Б.Смесь 1 продаётся по цене 2 ден. единицы, а смесь 2 – 3 ден. единицы за одну бутыль. Сколько нужно приготовить бутылей каждой смеси, чтобы общая их стоимость была наибольшей, при условии, что число бутылей со смесью 2 не менее числа бутылей со смесью 1?

Задание 1. Сформулировать экономико-математическую модель исходной экономической задачи.

Задание 2. Решить полученную задачу линейного программирования графическим методом.

Задание 3. Сформулировать двойственную задачу и найти её оптимальное решение, используя теоремы двойственности.

<u>Решение 1</u>

Введём следующие обозначения: x_1- количество бутылей первой смеси; x_2- количество бутылей второй смеси. Стоимость бутылей первой смеси составляет $2x_1$ ден. единиц, а второй смеси - $3x_2$ ден. единиц, т. е. необходимо максимизировать целевую функцию:

$f(\overline{X}) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$.

Ограничения задачи имеют вид:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 150 \\ x_1 + 4x_2 \le 150 \\ x_1 - x_2 \le 0 \end{cases}$$

$x_{1,2} \ge 0;$

Решение 2

Прямые ограничения $x_{1,2} \ge 0$ означают, что область решений будет лежать в первой четверти декартовой системы координат.

Первое ограничение по жидкости А $2x_1 + x_2 \le 150$. Решением этого неравенства является полуплоскость, лежащая ниже прямой $2x_1 + x_2 = 150$ (I), проходящей через точки (0;150) и (75;0).

Второе ограничение по жидкости Б $x_1 + 4x_2 \le 150$. Решением этого неравенства является полуплоскость, лежащая ниже прямой $x_1 + 4x_2 = 150$ (II), проходящей через точки (0;37,5) и (150;0).

Получили общую область допустимых решений для всех неравенств OABC (Рис. 1.).

Добавим третье ограничение по количеству бутылей первой и второй смеси $x_1 - x_2 \le 0$. Решением неравенства будет являться пересечение прямой $x_2 = x_1$ (III) с границей области допустимых значений OABC, т.е. точка D с координатами (30;30).

Получили новую область допустимых значений: OADE (Рис. 1.).

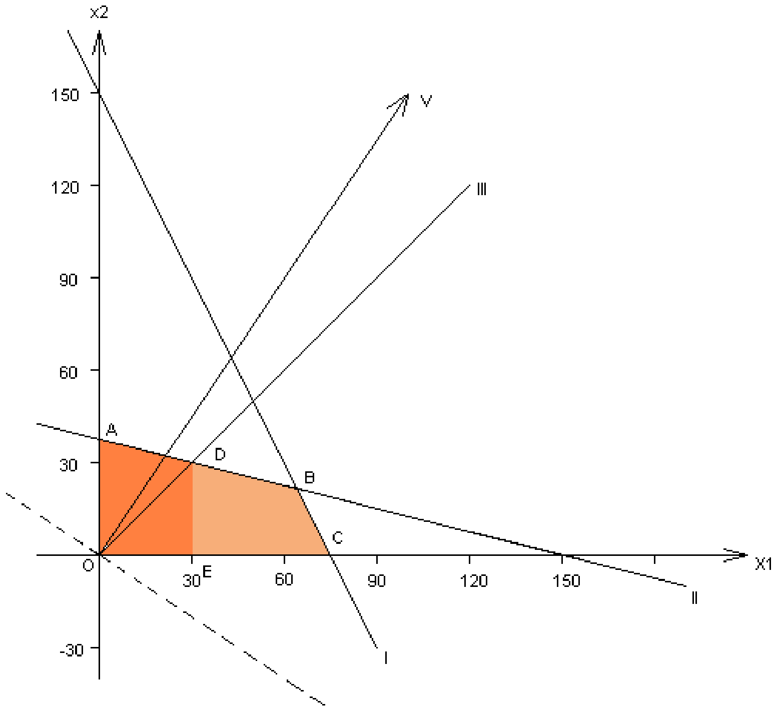


Рис. 1.

Построим линию уровня, для чего приравняем целевую функцию к нулю: $2x_1 + 3x_2 = 0$. Линия уровня изображена на рис. 1. пунктирной прямой.

Для определения направления движения к оптимуму построим вектор-градиент ∇, координаты которого являются частными производными целевой функции, т.е. (2;3). Чтобы построить такой вектор, соединяем эту точку с началом координат. В данной задаче движение линии уровня будем осуществлять до её пересечения с точкой D с координатами (30;30); далее она выходит из области допустимых решений. В этой точке достигается максимум целевой функции.

max f($\overline{X}$) = 2·30 +3·30 =150 ден. единиц и достигается при x_1=30 и x_2=30.

<u>Решение 3</u>

Исходная задача содержит три ограничения: по количеству жидкости А, количеству жидкости Б и количеству бутылей смеси 2. Следовательно, в двойственной задаче 3 неизвестных:

y_1 - двойственная оценка жидкости А, или цена жидкости А;

y_2 - двойственная оценка жидкости Б, или цена жидкости Б;

y_3 - двойственная оценка бутылей со смесью 2.

Целевая функция двойственной задачи формулируется на минимум. Коэффициентами при неизвестных в целевой функции двойственной задачи являются свободные члены в системе ограничений исходной задачи:

g($\overline{Y}$) = 150y_1 + 150y_2 +0y_3 → min.

Необходимо найти такие цены на y_1, y_2 и y_3, чтобы общая их стоимость была минимальной.

Число ограничений в системе двойственной задачи равно числу переменных в исходной задаче. В правых частях ограничений двойственной задачи стоят коэффициенты при неизвестных в целевой функции исходной задачи. Левая часть ограничений определяет стоимость ресурсов, необходимых для получения единицы смеси:

$$\begin{cases} 2y_1 + y_2 + y_3 \geq 2 \\ y_1 + 4y_2 - y_3 \geq 3 \end{cases}$$

Найдём оптимальный план двойственной задачи, используя теоремы двойственности. Воспользуемся первым соотношением второй теоремы двойственности:

$$y_i \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - b_i \right) = 0,$$

тогда

$$\begin{cases} y_1(2x_1 + x_2 - 150) = 0 \\ y_1(x_1 + 4x_2 - 150) = 0 \\ y_3(x_1 - x_2 - 0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1(90 - 150) = 0 \\ y_1(150 - 150) = 0 \\ y_3(0 - 0) = 0 \end{cases}$$

т.к. 90 < 150, то y_1=0

Воспользуемся вторым соотношением второй теоремы двойственности:

$$x_j \left(\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i - c_j \right) = 0; \text{ если } x_j > 0, \text{ то } \sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_j = c_j.$$

В нашей задаче x_1=30 > 0 и x_2=30 > 0, поэтому ограничения двойственной задачи обращаются в равенства:

$$\begin{cases} 2y_1 + y_2 + y_3 = 2 \\ y_1 + 4y_2 - y_3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_2 + y_3 = 2 \\ 4y_2 - y_3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_2 = 1 \\ y_3 = 1 \end{cases}$$

Проверим выполнение первой теоремы двойственности:

g($\overline{Y}$) = 150 · 0 + 150 · 1 + 0 · 1 = 150 = f($\overline{X}$).

Это означает, что оптимальный план двойственной задачи (0;1;1) определён верно.

ПЗ 3

Задача 3

Компания владеет тремя заводами А, В и С, объёмы производства которых за некоторый период времени составляют 6 тыс., 3 тыс. и 3 тыс. единиц продукции. Компания поставляет продукцию в четыре города M_1, M_2, M_3 и M_4, которым требуется 1,5 тыс.; 2,5 тыс.; 2,7 тыс. и 3,3 тыс. единиц продукции соответственно. Стоимости транспортировки единицы продукции с завода А в города M_1, M_2, M_3 и M_4 равны соответственно 1, 4, 1 и 9 ден. единиц; аналогичные стоимости для завода В равны 9, 2, 2 и 8 ден. единиц, а для завода С – 6, 1, 7 и 3 ден. единицы соответственно. Составьте оптимальный план перевозок продукции в города, минимизирующий общие затраты на перевозки.

Задание 1. Записать исходные данные задачи в виде транспортной таблицы, определить, открытой или закрытой является транспортная задача.

Задание 2. Сформулировать экономико-математическую модель исходной транспортной задачи.

Задание 3. Найти оптимальный план перевозок, отметив при этом единственность или неединственность оптимального плана.

Решение 1

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	M1=1,5	M2=2,5	M3=2,7	M4=3,3
A = 6	1	4	1	9
B = 3	9	2	2	8
C = 3	6	1	7	3

$$\sum_{1}^{3} a_i = 6 + 3 + 3 = 12 \text{ тыс.}$$

$$\sum_{1}^{4} b_j = 1{,}5 + 2{,}5 + 2{,}7 + 3{,}3 = 10 \text{ тыс.}$$

Так как условие баланса $\sum_{1}^{3} a_i = \sum_{1}^{4} b_j$ не выполняется, то транспортная задача является открытой.

Решение 2 Обозначим через x_{ij} количество единиц продукции, запланированных к перевозке от поставщика *i* к потребителю *j*. Так как от поставщика *i* к потребителю *j* запланировано перевезти x_{ij} продукции, то стоимость перевозки составит $c_{ij}x_{ij}$. Обозначим за a_i (i = 1, 2, … , m) мощности поставщиков, а за b_j (j = 1, 2, … , n) мощности потребителей.

Стоимость всего плана, т.е. целевая функция выразится двойной суммой:

$$f(\overline{X}) = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} c_{ij} x_{ij} \to \min,$$

а ограничения выглядят следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{3} x_{ij} = b_j;\ j = \overline{1,n},$$

$$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} = a_i;\ i = \overline{1,m},$$

$x_{ij} \geq 0.$

Решение 3

Данная транспортная задача является открытой, то надо привести её к закрытой модели путём введения фиктивного потребителя M_0, так как суммарные запасы превышают суммарные потребности.

Составим начальное распределение (начальный опорный план) методом наименьших стоимостей.

Мощности поставщиков	Мощности потребителей				
	M1=1,5	M2=2,5	M3=2,7	M4=3,3	M0=2
A = 6	1 1,5	4	1 2,7	9	0 1,8
B = 3	9	2	2	8 2,8	0 0,2
C = 3	6	1 2,5	7	3 0,5	0

Суммарные затраты на перевозки, представленные в таблице, составляют:

$f(\overline{X}) = 1\cdot1{,}5 + 1\cdot2{,}7 + 0\cdot1{,}8 + 8\cdot2{,}8 + 0\cdot0{,}2 + 1\cdot2{,}5 + 3\cdot0{,}5 = 30{,}6$

Проверку оптимальности полученного плана перевозок осуществим методом потенциалов.

Мощности поставщиков	Мощности потребителей					Ui
	M1=1,5	M2=2,5	M3=2,7	M4=3,3	M0=2	
A = 6	1 1,5	4	1 2,7	9	0 1,8	1
B = 3	9	2	2	8 2,8	0 0,2	-5
C = 3	6	1 2,5	7	3 0,5	0	0
Vj	2	1	2	3		

Определим оценки для всех клеток матрицы перевозок, которые обозначим через d_{ij}, по формуле:

$$d_{ij} = (u_i + c_{ij}) - v_j$$

$$(d_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 7 \\ 2 & -4 & -5 & 0 \\ 4 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Наличие отрицательных оценок свободных клеток свидетельствует о том, что данный план перевозок далёк от оптимального. Построим контур перераспределения, например, для клетки (2;3).

Мощности поставщиков	Мощности потребителей					Ui
	M1=1,5	M2=2,5	M3=2,7	M4=3,3	M0=2	

A = 6	1 1,5	4	1 – 2,7	9	0 + 1,8	1
B = 3	9	2	2 +	8 2,8	0 – 0,2	-5
C = 3	6	1 2,5	7	3 0,5	0	0
Vj	2	1	2	3		

Наименьшая поставка в вершине контура со знаком „-” равна 0,2, поэтому проведём перераспределение поставок, уменьшив поставки в клетках со знаком „-” на 0,2 и увеличив поставки в клетках со знаком „+” также на 0,2; при этом клетка (2;3) заполняется, а клетка (2;4) освобождается.

Новый план перераспределения с соответствующими значениями потенциалов:

Мощности поставщиков	Мощности потребителей					Ui
	M1=1,5	M2=2,5	M3=2,7	M4=3,3	M0=2	
A = 6	1 1,5	4	1 2,5	9	0 2	0
B = 3	9	2	2 0,2	8 2,8	0	-1
C = 3	6	1 2,5	7	3 0,5	0	4
Vj	1	5	1	7		

Суммарные затраты на перевозки, представленные в таблице, составляют:

$f(\overline{X}) = 1\cdot1{,}5 + 1\cdot2{,}5 + 0\cdot2 + 2\cdot0{,}2 + 8\cdot2{,}8 + 1\cdot2{,}5 + 3\cdot0{,}5 = 30{,}8 > 30{,}6$

Следовательно, начальный план перевозок значительно ближе к оптимальному, чем новый план.

Построим контур перераспределения для клетки (2;2).

Мощности поставщиков	Мощности потребителей					Ui
	M1=1,5	M2=2,5	M3=2,7	M4=3,3	M0=2	
A = 6	1 1,5	4	1 2,7	9	0 1,8	1
B = 3	9	2 +	2	8 – 2,8	0 0,2	-5
C = 3	6	1 – 2,5	7	3 + 0,5	0	0
Vj	2	1	2	3		

Наименьшая поставка в вершине контура со знаком „-” равна 2,5, поэтому проведём перераспределение поставок, уменьшив поставки в клетках со знаком „-” на 2,5 и увеличив поставки в клетках со знаком „+” также на 2,5; при этом клетка (2;2) заполняется, а клетка (3;2) освобождается.

Мощности поставщиков	Мощности потребителей					Ui
	M1=1,5	M2=2,5	M3=2,7	M4=3,3	M0=2	
A = 6	1 1,5	4	1 2,7	9	0 1,8	1
B = 3	9	2 2,5	2	8 0,3	0	0

					0,2	
C = 3	6	1	7	3 3	0	5
Vj	2	2	2	8		

Суммарные затраты на перевозки, представленные в таблице, составляют:

$f(\overline{X}) = 1 \cdot 1{,}5 + 1 \cdot 2{,}7 + 0 \cdot 1{,}8 + 2 \cdot 2{,}5 + 8 \cdot 0{,}3 + 0 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 3 = 20{,}6$

$$(d_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 2 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 4 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица оценок клеток этого распределения не содержит отрицательных значений, следовательно, данный план перевозок является оптимальным.

Общая стоимость перевозок по этому плану равна 20,6 ден. единиц.

План перевозок означает, что:

- от поставщика А следует перевезти 1,5 тыс. единиц продукции потребителю M_1 и 2,7 тыс. единиц продукции потребителю M_3;

- от поставщика В следует перевезти 2,5 тыс. единиц продукции потребителю M_2 и 0,3 тыс. единиц продукции потребителю M_4;

- от поставщика С следует перевезти 3 тыс. единиц продукции потребителю M_4

Наличие нулевой оценки незанятой клетки (2;3) говорит о том, что оптимальный план не является неединственным.

ПЗ 4

Задача 4

В таблице приведены годовые данные о трудоёмкости производства 1 тонны цемента (нормо-смен).

Текущий номер года (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Трудоёмкость 1 т цемента (y_t)	7,9	8,3	7,5	6,9	7,2	6,5	5,8	4,9	5,1	4,4

Задание 1. Сгладить временной ряд методом простой скользящей средней, выбрав длину интервала сглаживания m = 3; результаты отразить на графике.

Задание 2. Определить наличие тренда во временном ряду методом Фостера – Стьюарта. Табличные значения статистики Стьюдента t_a принять равными при уровне значимости α = 0,05 t_a = 2,23, а при α = 0,3 - t_a = 1,09; другие необходимые табличные значения приведены в табл. 4.5 учебника [1] на с. 153.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	7,9	8,3	7,5	6,9	7,2	6,5	5,8	4,9	5,1	4,4
k_t	-	1	0	0	0	0	0	0	0	0
l_t	-	0	1	1	0	1	1	1	0	1
S	-	1	1	1	0	1	1	1	0	1
d	-	1	-1	-1	0	-1	-1	-1	0	-1

Задание 3. Для исходного временного ряда построить линейную трендовую модель $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$, определив её параметры на основе метода наименьших квадратов.

Показатели	n										Сумма
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	55
y_t	7,9	8,3	7,5	6,9	7,2	6,5	5,8	4,9	5,1	4,4	64,5
t^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	385
$y_t t$	7,9	16,6	22,5	27,6	36	39	40,6	39,2	45,9	44	319,3
$\hat{y}_t$	8,385	7,955	7,525	7,095	6,665	6,235	5,805	5,375	4,945	4,515	

Задание 4. Оценить адекватность построенной модели на основе исследования:

а) близости математического ожидания остаточной компоненты (ряда остатков) нулю; критические значения t-критерия принять равным тому числу, как указано в задании 2;

б) случайности отклонений остаточной компоненты по критерию пиков (поворотных точек);

в) независимости уровней ряда остатков (отсутствие автокорреляции) на основе критерия Дарбина – Уотсона, используя в качестве критических значений d1 = 1,08 и d2 = 1,36;

г) нормальности закона распределения уровней остаточной компоненты на основе RS-критерия; в качестве критических значений принять интервал от 2,7 до 3,7.

Показатели	n										Сумма
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	55
y_t	7,9	8,3	7,5	6,9	7,2	6,5	5,8	4,9	5,1	4,4	64,5
$\hat{y}_t$	8,385	7,955	7,525	7,095	6,665	6,235	5,805	5,375	4,945	4,515	
$\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$	-0,49	0,345	-0,03	-0,2	0,535	0,265	-0,01	-0,48	0,155	-0,12	-0,03
Точки пиков (р)	-	1	0	1	1	0	0	1	1	-	5
ε_t^2	0,24	0,12	0,001	0,04	0,29	0,07	≈0	0,23	0,024	0,014	1,029
$\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$	-	0,83	-0,37	-0,17	0,73	-0,27	-0,27	-0,47	0,63	-0,27	
$(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2$		0,69	0,14	0,03	0,53	0,07	0,07	0,22	0,4	0,07	2,22
$\lvert\varepsilon_t / y_t\rvert \cdot 100$ %	6,2	4,16	0,4	2,9	7,43	4,08	0,17	9,79	3,04	2,72	40,89

Задание 5. Оценить точность построения трендовой модели, используя показатели среднего квадратического отклонения от линии тренда и средней относительной ошибки аппроксимации (k=1).

Задание 6. Построить точечный и интервальный прогноз производства 1 m цемента на два шага вперёд. Результаты моделирования и прогнозирования отразить на графике.

Решение 1

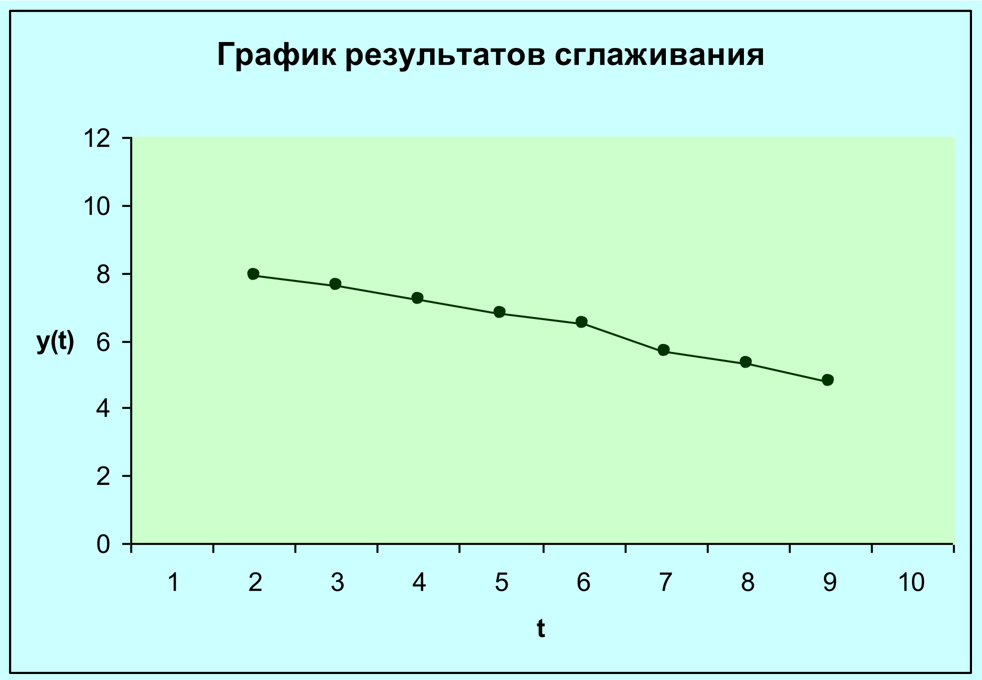
$$y(2) = \frac{7{,}9 + 8{,}3 + 7{,}5}{3} = 7{,}9 \qquad y(6) = \frac{7{,}2 + 6{,}5 + 5{,}8}{3} = 6{,}5$$

$$y(3) = \frac{8{,}3 + 7{,}5 + 6{,}9}{3} = 7{,}6 \qquad y(7) = \frac{6{,}5 + 5{,}8 + 4{,}9}{3} = 5{,}7$$

$$y(4) = \frac{7{,}5 + 6{,}9 + 7{,}2}{3} = 7{,}2 \qquad y(8) = \frac{5{,}8 + 4{,}9 + 5{,}1}{3} = 5{,}3$$

$$y(5) = \frac{6{,}9 + 7{,}2 + 6{,}5}{3} = 6{,}8 \qquad y(9) = \frac{4{,}9 + 5{,}1 + 4{,}4}{3} = 4{,}8$$

$y(1)$ и $y(10)$ не существует.



Решение 2

$$S = \sum_{t=2}^{n} (k_t + l_t) = 1+1+1+0+1+1+1+0+1 = 7$$

$$d = \sum_{t=2}^{n} (k_t - l_t) = 1-1-1+0-1-1-1+0-1 = -5$$

$\mu = 3{,}858 \quad \sigma_1 = 1{,}288 \quad \sigma_2 = 1{,}964$

$$t_S = \frac{|S - M|}{\sigma_1} = \frac{|7 - 3{,}858|}{1{,}288} = 2.439 \qquad t_d = \frac{|d - 0|}{\sigma_2} = \frac{|-5 - 0|}{1{,}964} = 2{,}564$$

$$\left.\begin{array}{l} t_S > t_{0,05} \\ t_d > t_{0,05} \end{array}\right\} \Rightarrow$$ можно утверждать с вероятностью 0,95, что тренд есть.

Решение 3

Для полинома первой степени $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t$ система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y_t \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum y_t t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10a_0 + 55a_1 = 64{,}5 \\ 55a_0 + 385a_1 = 319{,}3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_0 = 8{,}815 \\ a_1 = -0{,}430 \end{cases}$$

$\hat{y}_t = 8{,}815 - 0{,}430t$

Решение 4

а) Проводя проверку равенства (близости) нулю математического ожидания ряда остатков, заметим, что по результатам вычислений в таблице это математическое ожидание равно (-0,03) : 10 = -0,003 и, следовательно, можно подтвердить выполнение данного свойства, не прибегая к статистике Стьюдента.

б) Проверку случайности уровней ряда остатков проведём на основе критерия пиков (поворотных точек). $p > \left[\overline{p} - 1{,}96\sqrt{\overline{\sigma_p^2}}\right]$

$\overline{p}$ = 2/3 (n - 2) = 2/3 (10 – 2) = 5,33 $\qquad \overline{\sigma_p^2} = \dfrac{16n - 29}{90} = \dfrac{16 \cdot 10 - 29}{90} = 1{,}45$

5 > [5,33 – 1,96 ·1,2]

5 > 2,978, т.е. неравенство выполняется. Следовательно, можно сделать вывод, что свойство случайности ряда остатков подтверждается.

в) Для проверки независимости уровней ряда остатков (отсутствие автокорреляции) вычислим значение критерия Дарбина – Уотсона.

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^2} = \frac{2{,}22}{1{,}029} = 2{,}16$$

Полученная величина 2,16 входит в промежуток от 2 до 4, что свидетельствует об отрицательной автокорреляции, поэтому критерий Дарбина – Уотсона необходимо преобразовать: d′ = 4 - d = 4 – 2,16 = 1,84. Данное значение сравниваем с двумя критическими табличными значениями критерия (d1 = 1,08; d2 = 1,36): 1,36 < 1,84 < 2. Так как расчётное значение попадает в интервал от d2 до 2, то делаем вывод о независимости уровней остаточной последовательности.

г) Для проверки соответствия остаточной последовательности нормальному закону распределения воспользуемся RS-критерием.

Размах вариации: R = $\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}$ = 0,535 + 0,49 = 1,025;

Sŷ = $\sqrt{\varepsilon_t^2 /(n-1)} = \sqrt{1{,}029 /(10-1)} = 0{,}338$

критерий RS = 1,025 : 0,338 = 3,03

2,7 < 3,03 < 3,7 => свойство нормальности распределения выполняется.

Решение 5

Стандартная (средняя квадратическая) ошибка оценки прогнозируемого показателя Sŷ определяется по формуле:

$$S\hat{y} = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_t^2}{n-k}} = \sqrt{\frac{0{,}29}{10-1}} = 0{,}338$$

Средняя относительная ошибка аппроксимации:

$\overline{\varepsilon_{отн}} = \dfrac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\dfrac{\varepsilon_t}{y_t}\right| \cdot 100\% = \dfrac{1}{10} \cdot 40{,}89\% = 4{,}089\%$ ошибка менее 5% говорит о достаточно высоком уровне точности построенной модели.

Решение 6

Точечные прогнозы получим, подставляя в уравнение модели значения t=11 и t=12:

$\hat{y}_{11}$ = 8,815 – 0,43 · 11 = 4,085

$\hat{y}_{12}$ = 8,815 – 0,43 · 12 = 3,655

Расчёт доверительных интервалов проводится по формуле:

$U_y = \hat{y}_{n+1} \pm S\hat{y}K$

Для t = 11 (L = 1) K = 1,692; для t = 12 (L = 2) K = 1,774

Таблица прогнозных значений:

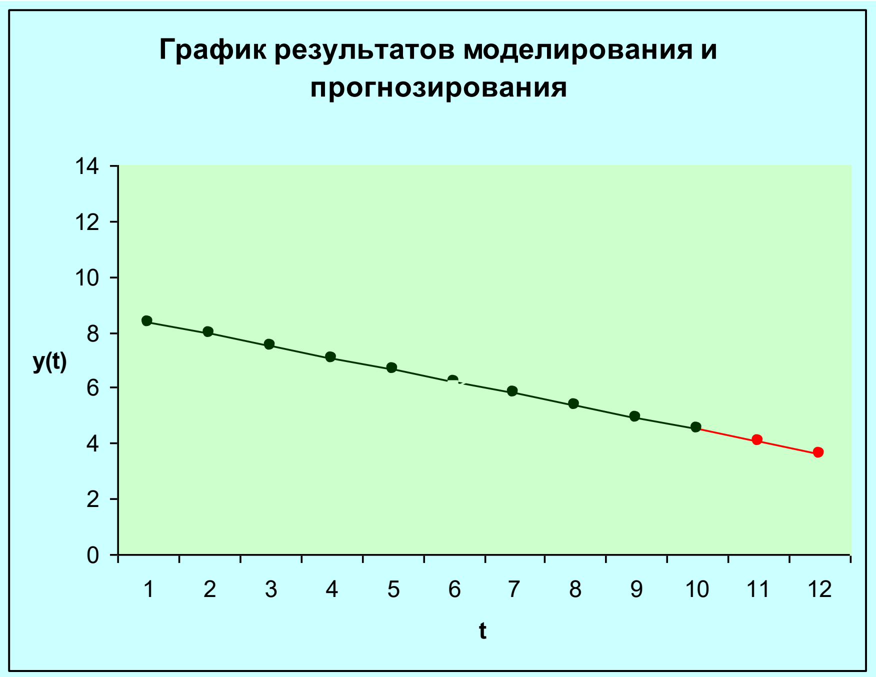
Время (t)	Шаг (L)	Точечный прогноз ($\hat{y}_{n+L}$)	Доверительный интервал прогноза	
			Нижняя граница	Верхняя граница
11	1	4,085	3,513	4,657
12	2	3,655	3,055	4,255

$U_{11в} = 4{,}085 + 0{,}388 \cdot 1{,}692 = 4{,}657$

$U_{11н} = 4{,}085 - 0{,}388 \cdot 1{,}692 = 3{,}513$

$U_{12в} = 3{,}655 + 0{,}388 \cdot 1{,}774 = 4{,}255$

$U_{12н} = 3{,}655 - 0{,}388 \cdot 1{,}774 = 3{,}055$



ПЗ 5

Задача 5

В таблице приведены первый (x_{ij}) и второй (y_j) квадранты схемы межотраслевого баланса производства и распределения продукции для трёхотраслевой экономической системы.

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция
	1	2	3	
1	200	50	300	200
2	150	250	0	100
3	230	50	150	300

Задание 1. Рассчитать объёмы валовой продукции отраслей.

Задание 2. Рассчитать матрицу коэффициентов прямых затрат $A=(a_{ij})$

Задание 3. Найти матрицу коэффициентов полных затрат $B=(b_{ij})$, используя формулу $B = (E - A)^{-1} = \dfrac{\overline{(E-A)}}{|E-A|}$

Задание 4. Рассчитать объёмы условно чистой продукции отраслей Z_j, используя формулу $X_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + Z_j$

Задание 5. Представить в таблице полную схему межотраслевого баланса (в соответствии с принципиальной схемой МОБ).

<u>Решение 1</u>

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + Y_j$$

$X_1 = 200+50+300+200 = 750$

$X_2 = 150+250+0+100 = 500$

$X_3 = 230+50+150+300 = 730$

<u>Решение 2</u>

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$$

$a_{11} = \dfrac{200}{750} = 0,3$ $\quad a_{12} = \dfrac{50}{500} = 0,1$ $\quad a_{13} = \dfrac{300}{730} = 0,4$

$a_{21} = \dfrac{150}{750} = 0,2$ $\quad a_{22} = \dfrac{250}{500} = 0,5$ $\quad a_{23} = \dfrac{0}{730} = 0$

$a_{31} = \dfrac{230}{750} = 0,3$ $\quad a_{32} = \dfrac{50}{500} = 0,1$ $\quad a_{33} = \dfrac{150}{730} = 0,2$

Матрица коэффициентов прямых затрат имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$$

<u>Решение 3</u>

Находим матрицу (E – A):

$$(E - A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,1 & -0,4 \\ -0,2 & 0,5 & -0,0 \\ -0,3 & -0,1 & 0,8 \end{pmatrix}$$

Вычисляем определитель этой матрицы:

$$|E - A| = \begin{vmatrix} 0,7 & -0,1 & -0,4 \\ -0,2 & 0,5 & -0,0 \\ -0,3 & -0,1 & 0,8 \end{vmatrix} = 0,196$$

Транспонируем матрицу (E – A):

$$(E - A)' = \begin{pmatrix} 0{,}7 & -0{,}2 & -0{,}3 \\ -0{,}1 & 0{,}5 & -0{,}1 \\ -0{,}4 & -0{,}0 & 0{,}8 \end{pmatrix}$$

Находим алгебраические дополнения для элементов матрицы (Е – А):

$A_{11} = (-1)^2 \begin{vmatrix} 0{,}5 & -0{,}1 \\ 0{,}0 & 0{,}8 \end{vmatrix} = 0{,}4$ $\qquad$ $A_{12} = (-1)^3 \begin{vmatrix} -0{,}1 & -0{,}1 \\ -0{,}4 & 0{,}8 \end{vmatrix} = 0{,}12$

$A_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} -0{,}1 & 0{,}5 \\ -0{,}4 & 0{,}0 \end{vmatrix} = 0{,}2$ $\qquad$ $A_{21} = (-1)^3 \begin{vmatrix} -0{,}2 & -0{,}3 \\ 0{,}0 & 0{,}8 \end{vmatrix} = 0{,}16$

$A_{22} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 0{,}7 & -0{,}3 \\ -0{,}4 & 0{,}8 \end{vmatrix} = 0{,}44$ $\qquad$ $A_{23} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 0{,}7 & -0{,}2 \\ -0{,}4 & 0{,}0 \end{vmatrix} = 0{,}08$

$A_{31} = (-1)^4 \begin{vmatrix} -0{,}2 & -0{,}3 \\ 0{,}5 & -0{,}1 \end{vmatrix} = 0{,}17$ $\qquad$ $A_{32} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 0{,}7 & -0{,}3 \\ -0{,}1 & -0{,}1 \end{vmatrix} = 0{,}1$

$A_{33} = (-1)^6 \begin{vmatrix} 0{,}7 & -0{,}2 \\ -0{,}1 & 0{,}5 \end{vmatrix} = 0{,}33$

Таким образом, присоединенная к матрице (Е – А) матрица имеет вид:

$$\overline{(E - A)} = \begin{pmatrix} 0{,}4 & 0{,}12 & 0{,}2 \\ 0{,}16 & 0{,}44 & 0{,}08 \\ 0{,}17 & 0{,}1 & 0{,}33 \end{pmatrix}$$

Используя формулу $B = (E - A)^{-1} = \dfrac{\overline{(E - A)}}{|E - A|}$, находим матрицу коэффициентов полных материальных затрат:

$$B = (E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 2{,}041 & 0{,}612 & 1{,}02 \\ 0{,}816 & 2{,}245 & 0{,}408 \\ 0{,}867 & 0{,}51 & 1{,}684 \end{pmatrix}$$

<u>Решение 4</u>

$$Z_j = X_j - \sum_{i=1}^{n} x_{ij}$$

$Z_1 = 750 - (200+150+230) = 170$

$Z_2 = 500 - (50+250+50) = 150$

$Z_3 = 730 - (300+0+150) = 280$

<u>Решение 5</u>

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3		
1	200	50	300	200	750
2	150	250	0	100	500
3	230	50	150	300	730
Условно чистая продукция	170	150	280	600	
Валовая	750	500	730		1 980

продукция					

Тестовые задания

Вопрос 1. Каким образом вводятся переменные двойственной задачи, соответствующие ограничениям-уравнениям прямой задачи?

1. **как не ограниченные по своему знаку**
2. как неположительные
3. как неотрицательные

Вопрос 2. Каким образом можно избавиться от уравнений в системе ограничений?

1. ввести дополнительные переменные
2. **ограничение уравнение можно заменить на два неравенства**
3. в каждом из них заменить знак «=» на знак неравенства

Вопрос 3. При построении двойственной задачи к задаче линейного программирования в стандартной форме вводится столько основных переменных, сколько в прямой задаче...

1. другое
2. основных переменных
3. **ограничений**

Вопрос 4. Какая переменная выходит из базиса при преобразовании симплексной таблицы?

1. **та базисная переменная, которая соответствовала разрешающему ограничению**
2. другое
3. та базисная переменная, которая соответствовала разрешающему столбцу

Вопрос 5. Что такое критерий эффективности операции?

1. показатель управляемости операции
2. оценка прибыли, полученной в результате операции
3. **показатель того, насколько результат операции соответствует ее целям**

Вопрос 6. Если в разрешающем столбце симплексной таблицы нет положительных коэффициентов, это означает, что ...

1. найден оптимальный план
2. **целевая функция задачи не ограничена**
3. область допустимых планов задачи пуста

Вопрос 7. В матричной форме можно записать...

1. **задачу линейного программирования, предварительно приведенную к стандартной или канонической форме**
2. только задачу линейного программирования, предварительно приведенную к канонической форме
3. задачу линейного программирования в смешанной форме

Вопрос 8. Что показывают "теневые цены" (основные переменные двойственной задачи) в линейной задаче производственного планирования?

1. цены, по которым можно продать произведенную продукцию

2. изменение оптимальной выручки при изменении запаса соответствующего ресурса на единицу
3. затраты на производство продукции

Вопрос 9. Если в линейной задаче производственного планирования в качестве продукции выступает, например, ткань (в метрах), то переменные ...
1. должны быть только дробными числами
2. могут быть как целыми, так и дробными числами
3. должны быть только целыми числами

Вопрос 10. Если в разрешающем столбце симплексной таблицы нет положительных коэффициентов, это означает, что ...
1. найден оптимальный план на максимум
2. задача неразрешима
3. найден оптимальный план на минимум

Вопрос 11. Если в критериальной строке симплексной таблицы нет отрицательный коэффициентов, это означает, что ...
1. задача неразрешима
2. найден оптимальный план на максимум
3. найден оптимальный план на минимум

Вопрос 12. В каком случае задача математического программирования является линейной?
1. если ее целевая функция линейна
2. если ее ограничения линейны
3. если ее целевая функция и ограничения линейны

Вопрос 13. Чему равны не базисные переменные в опорном плане задачи линейного программирования?
1. нулю
2. любым числам
3. положительным числам

Вопрос 14. Если оптимальное значение искусственной переменной при решении задачи методом искусственного базиса равно положительному числу, то...
1. найден оптимальный план исходной задачи
2. область допустимых планов пуста
3. целевая функция неограничена

Вопрос 15. Если оптимальное значение основной переменной задачи линейного программирования равно нулю, то оптимальное значение дополнительной переменной в соответствующем ограничении двойственной задачи ...
1. больше нуля
2. может быть любым
3. равно нулю

Вопрос 16. Если крайнее положение линии уровня пересекает область допустимых планов более чем в одной точке, то оптимальный план ...
1. только одна из точек пере-сечения (единственный)

2. не существует
3. любая точка пересечения (бесконечное множество точек)

Вопрос 17. Что такое оптимум задачи линейного программирования?
1. значение целевой функции на оптимальном плане
2. оптимальный план
3. любое значение целевой функции

Вопрос 18. В чем заключается критерий оптимальности симплексной таблицы?
1. все коэффициенты в критериальном ограничении должны быть неотрицательными (или неположительными)
2. все свободные члены должны быть неотрицательными (или неположительными)
3. все свободные члены должны быть неотрицательными

Вопрос 19. Все точки, удовлетворяющие уравнению системы ограничений задачи линейного программирования с двумя переменными, образуют на плоскости...
1. полуплоскость
2. прямую
3. отрезок

Вопрос 20. Каким образом строятся ограничения двойственной задачи, соответствующие переменным прямой задачи, не ограниченным по своему знаку?
1. как уравнения
2. как неравенства
3. другое

Вопрос 21. Если в оптимальном решении линейной задачи производственного планирования некоторый ресурс израсходован не полностью, то его теневая цена (оптимальное значение соответствующей основной переменной двойственной задачи) ...
1. больше нуля
2. меньше нуля
3. равна нулю

Вопрос 22. Если при попытке решить задачу линейного программирования симплекс- методом не обнаружено необходимого числа базисных переменных, ...
1. задачу можно решить только графически
2. задача неразрешима
3. для решения задачи симплексметодом необходимо ввести искусственный базис

Вопрос 23. Если оптимальное значение искусственной переменной при решении задачи методом искусственного базиса равно отрицательному числу,
1. найден оптимальный план исходной задачи
2. другое
3. область допустимых планов пуста

Вопрос 24. Что такое оптимальный план задачи линейного программирования?
1. любая вершина области допустимых планов

2. допустимый план, при подстановке которого в целевую функцию она принимает свое максимальное или минимальное значение
3. план, с рассмотрения которого следует начать решение задачи

Вопрос 25. Если оптимальное значение основной переменной задачи линейного программирования больше нуля, то оптимальное значение дополнительной переменной в соответствующем ограничении двойственной задачи ...
1. равно нулю
2. меньше нуля
3. больше нуля

Вопрос 26. Если в столбце свободных членов симплексной таблицы нет отрицательных чисел, это означает, что ...
1. задача неразрешима
2. другое
3. найден оптимальный план

Вопрос 27. В каком случае точка на отрезке между оптимальными планами задачи линейного программирования тоже будет оптимальным планом (задача не целочисленная)?
1. всегда
2. никогда
3. если задача на максимум

Вопрос 28. Сколько допустимых планов может иметь задача линейного программирования (не целочисленная)?
1. 0 или 1
2. всегда 1
3. 0, 1 или бесконечное множество

Вопрос 29. Что такое неограниченная область допустимых планов задачи линейного программирования?
1. в которой существуют планы со сколь угодно большими по модулю значениями всех переменных
2. область, включающая бесконечное множество планов
3. в которой существуют планы со сколь угодно большими по модулю значениями хотя бы одной из переменных

Вопрос 30. Что такое допустимый план задачи линейного программирования?
1. план, при подстановке которого в систему ограничений все они выполняются
2. план, при подстановке которого в систему ограничений выполняется хотя бы одно ограничение
3. план, при подстановке которого в систему ограничений ни одно из них не выполняется

Вопрос 31. Если задача линейного программирования разрешима, в каком случае будет разрешима двойственная к ней задача?
1. всегда
2. другое
3. никогда

Вопрос 32. В каком направлении сдвигают линию уровня целевой функции

при решении задачи линейного программирования на максимум?
1. вверх
2. в направлении антиградиента
3. в направлении градиента

Вопрос 33. Сколько оптимальных планов может иметь задача линейного программирования (не целочисленная)?
1. 0 или 1
2. всегда 1
3. 0, 1 или бесконечное множество

Вопрос 34. Каким образом можно избавиться от не ограниченных по знаку переменных в системе ограничений?
1. исключить эти переменные из рассмотрения
2. заменить неограниченную по знаку переменную на разность двух неотрицательных
3. наложить на них ограничения неотрицательности

Вопрос 35. Какое из приведенных ниже утверждений о разрешимости сопряженных задач является НЕ верным?
1. оптимум одной из сопряженных задач больше, чем оптимум другой
2. сопряженные задачи разрешимы или неразрешимы одновременно
3. если целевая функция одной из сопряженных задач линейного программирования не ограничена, то область допустимых планов другой задачи пуста

Вопрос 36. На графике оптимальный план задачи линейного программирования с двумя переменными представляет собой...
1. верхнюю точку области допустимых планов
2. пересечение градиента и крайнего положения линии уровня
3. пересечение области допустимых планов и крайнего положения линии уровня

Вопрос 37. В чем заключается критерий допустимости симплексной таблицы?
1. все коэффициенты в критериальном ограничении должны быть неотрицательными (или неположительными)
2. все свободные члены должны быть неотрицательными (или неположительными)
3. все свободные члены должны быть неотрицательными

Вопрос 38. При построении двойственной задачи к задаче линейного программирования в стандартной форме строится столько ограничений, сколько в прямой задаче...
1. основных переменных
2. другое
3. ограничений

Вопрос 39. Каким образом строится целевая функция расширенной задачи при использовании двухэтапного симплекс-метода?
1. суммируются дополнительные переменные
2. другое
3. суммируются искусственные переменные

Вопрос 40. Какая переменная входит в базис при преобразовании симплексной таблицы?
1. та, при которой стоял единичный столбец

2. любая из небазисных переменных
3. **в столбце коэффициентов при которой нарушается критерий оптимальности**

Вопросы для самостоятельной подготовки

Тема 1. Оптимизационные экономические задачи
Общая постановка задачи оптимизации. Производственные функции, функции полезности, функции затрат. Решение финансово-экономических оптимизационных задач при помощи дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных. Эластичность функции.

Тема 2. Линейное программирование
Оптимизация и математическое программирование. Общая постановка задач конечномерной оптимизации со связями и ограничениями. Допустимое множество. Типы максимумов: внутренний и граничный, единственный и неединственный, глобальный и локальный.
Линейное программирование. Математическая постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Алгоритм графического метода решения ЗЛП. Алгоритм классического симплексметода. Симплексные таблицы. Алгоритм двухфазного симплекс-метода. Целочисленное ЛП – метод Гомори. Прямая и двойственная ЗЛП. Экономическая интерпретация двойственной ЗЛП. Постановка транспортной задачи (содержательная, математическая). Методы построения опорного плана транспортной задачи. Алгоритм метода потенциалов.

Тема 3. Динамическое программирование
Динамическое программирование. Математическая теория оптимального управления и ДП. Общая постановка задачи динамического
программирования (ЗДП). Математическая постановка задачи ДП. Основные условия и область применения. Уравнения состояния. Целевая функция. Основной принцип метода ДП (принцип Беллмана). Рекуррентные соотношения Беллмана.

Тема 4. Методы сетевой оптимизации
Основные понятия и определения теории графов. Типы графов: плоские; эйлеровы; гамильтоновы; орграфы. Матричные и числовые характеристики графов. Прикладные задачи и алгоритмы анализа графов. Сетевые модели и сетевое планирование. Сетевые графики, сети Петри. Назначение и области применения сетевого планирования и управления. Сетевая модель и ее основные элементы. Порядок и правила построения сетевых графиков. Упорядочение сетевого графика. Понятие о пути. Временные параметры сетевых графиков. Анализ и оптимизация сетевого графика. Оптимизация сетевого графика по критерию «время-стоимость». Примеры решения задач сетевого планирования с помощью ЭВМ.

Тема 5. Игровые модели принятия решений
Классификация игровых моделей. Кооперативные игры. Матричные игры. Принцип минимакса. Основная теорема матричных игр. Чистые и смешенные стратегии в матричных играх. Решение игры в смешанных стратегиях. Принцип доминирования. Графическое решение игры в смешанных стратегиях. Матричные игры и линейное программирование.

Вопросы к зачету

1. Оптимальное планирование и математическое программирование.
2.Общая постановка задач конечномерной оптимизации со связями и ограничениями.
3.Типы максимумов: внутренний и граничный, единственный и неединственный, глобальный и локальный.
4.Особенности применения метода математического моделирования в экономике.
5.Общая постановка и виды задач ЛП
6.Графический метод решения задач линейного программирования.
7.Алгоритм симплекс-метода.
8.Особые случаи сиплекс-метода.
9.Алгоритм применения симплексных таблиц.
10.Алгоритм метода искусственного базиса.
11.Методы решения задач целочисленного программирования. Метод Гомори.
12.Двойственные задачи линейного программирования.
13.Основные теоремы двойственности в линейном программировании.
14.Экономический смысл объективно-обусловленных оценок.
15.Интервалы устойчивости объективно-обусловленных оценок
16.Задачи определения наилучшего состава смеси
17.Задача о раскрое.
18.Экономическая и математическая постановки транспортная задача.
19.Открытая и закрытая модель транспортной задачи. Необходимое и достаточное условие существования оптимального плана перевозок.
20.Критерий оптимальности базисного распределения поставок.
21.Методы вычисления начального опорного плана в транспортной задаче.
22.Теорема о потенциалах.
23.Алгоритм метода потенциалов.
24.Динамическое программирование и математическая теория оптимального управления.
25.Принцип оптимальности в задачах динамического программирования
26.Общая схема метода динамического программирования.
27.Рекуррентные соотношения Беллмана.
28.Основные понятия и определения теории графов.
29.Типы графов.
30.Матричные и числовые характеристики графов.
31.Основные понятия и этапы календарного планирования программ сетевыми методами.
32.События и работы как основные элементы сетевой модели
33.Правила построения сетевой модели.
34.Определение критического пути. Расчет сетевой модели.
35.Временные параметры сетевых графиков.
36.Оптимизация сетевого графика по критерию «время-стоимость»
37.Игровые задачи исследования операций и классификация стратегических игр.
38.Понятие об игровых моделях
39.Принцип минимакса в матричных играх
40.Цена игры и седловая точка.
41.Основная теорема матричных игр
42.Решение игры в чистых стратегиях
43.Понятия смешанных стратегий и смешанного расширения игры.
44.Решение игры в смешенных стратегиях

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Требования к выполнению тестовых заданий:

При выполнении тестовых заданий с выбором одного (нескольких) ответа (-ов) в закрытой форме необходимо выбрать один (несколько) правильный (-ых) ответ (-ов) из предложенных вариантов.

При выполнении тестовых заданий в открытой форме необходимо указать единственно правильный ответ.

При выполнении тестовых заданий на установление правильной последовательности в закрытой форме необходимо установить правильную последовательность в полном объеме предложенных вариантов.

Требования к докладу:

Структура выступления: 1) вступительное слово; 2) основные положения, выносимые на рассмотрение; 3) изложение материала, разбитое на вопросы и подвопросы (пункты, подпункты) с необходимыми ссылками на источники, использованные автором; 5) выводы; 6) список использованных источников.

Требования к зачету

Подготовка к зачету осуществляется по перечню вопросов, выносимых на зачет. Перечень вопросов выдает преподаватель не позднее, чем за месяц до назначенной даты приема зачёта.

При проработке вопросов, вынесенных на зачет, необходимо использовать конспект лекций, а так же, учебно-методическую и учебную литературу, рекомендованную преподавателем.

Важно понимать, что положительный результат промежуточной аттестации по дисциплине может быть достигнут планомерной работой с материалом дисциплины в течение всего семестра, а не только подготовкой непосредственно перед зачетом. Эффективная подготовка к зачету должна включать в себя структурирование и повторение материала, изученного на аудиторных занятиях и в процессе выполнения различных видов самостоятельной работы

Подготовка к зачету заключается в изучении и тщательной проработке студентом учебного материала дисциплины с учетом учебников, лекционных и практических занятий, результатов самостоятельной работы.

Преподаватель имеет право задавать дополнительные уточняющие вопросы, если студент недостаточно полно осветил тематику вопроса, если затруднительно однозначно оценить ответ, если студент отсутствовал на занятиях в семестре.

Критерии оценивания компетенций формируются на основе балльно-рейтинговой системы с помощью всего комплекса методических материалов, определяющих процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих данный этап формирования компетенций.

Текущий контроль успеваемости предназначен для проверки хода и качества усвоения учебного материала, стимулирования учебной работы обучающихся и совершенствования методики проведения занятий.

Результаты текущего контроля успеваемости используются преподавателем при оценке знаний в ходе проведения промежуточной аттестации.

Для текущего контроля успеваемости используются устные опросы, коллоквиумы, выполнение различного вида практических заданий, рефератов, эссе, контрольных работ, тестов.

Для выполнения контрольной работы студенту целесообразно использовать Методические рекомендации по выполнению контрольной работы.

В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в Автономной некоммерческой организации высшего профессионального образования «Институт экономики и управления» результаты текущего контроля успеваемости студента оцениваются преподавателем в размере до 40 баллов

Оценка текущего контроля успеваемости

№ п/п	Вид контроля	Количество баллов
1.	Посещаемость и активность на учебных занятиях	до 10
2.	Участие в проведение практических занятий	до 10
3.	Выполнение контрольной работы	до 20
	Всего	до 40

При организации обучения с использованием дистанционных образовательных технологий применяется иная структура оценивания результатов изучения дисциплины

Оценка текущего контроля успеваемости

№ п/п	Вид контроля	Количество баллов
1.	Своевременность и активность по выполнению заданий на учебном портале	до 14
2.	Выполнение практических заданий	до 16
3.	Выполнение контрольной работы	до 20
	Всего:	до 50

Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения учебных целей Промежуточная аттестация имеет целью определить степень достижения учебных целей по дисциплине и проводится в форме зачета.

В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в Автономной некоммерческой организации высшего образования «Институт экономики и управления» результаты промежуточной аттестации оцениваются преподавателем в размере до 30 баллов.

Итоговый результат промежуточной аттестации оценивается преподавателем в размере до 100 баллов, в том числе:

70 баллов – как результат текущей аттестации;

30 баллов – как результат промежуточной аттестации.

Знания, умения и навыки студентов определяются следующими оценками: «зачтено» или «не зачтено». Соответствие баллов традиционной системе оценки при проведении промежуточной аттестации представлено в таблице.

Итоговая оценка промежуточной аттестации

№ п/п	Оценки	Количество баллов
1.	Зачтено	41-100
2.	Не зачтено	0 - 40

Критерии оценивания компетенций формируются на основе балльно-рейтинговой системы с помощью всего комплекса методических материалов, определяющих процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих данный этап формирования компетенций (пункт 6.3.3).

Оценка «зачтено» свидетельствует о твердых и достаточно полных знаниях всего материала курса, понимание сути и взаимосвязей между рассматриваемых процессов и явлений. Последовательные, правильные, конкретные ответы на основные вопросы. Использование в ответах отдельных материалов рекомендованной литературы.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.